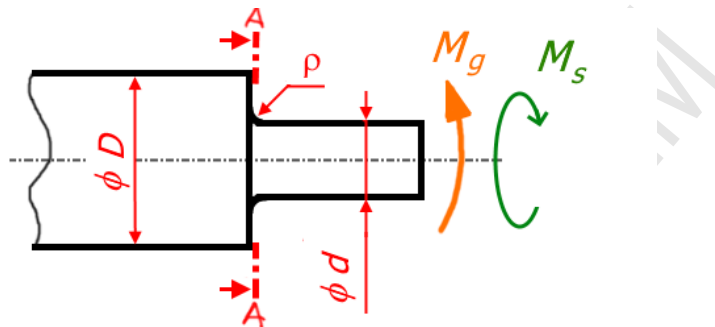


Pomoc dydaktyczna z ćwiczeń projektowych: „PODSTAWY KONSTRUKCJI MASZYN 2”

PRZYKŁADY OBLICZEŃ SPRAWDZAJĄCYCH WAŁU MASZYNOWEGO

Ex. 1.

Obliczyć rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa czopa wału w przekroju A-A. Wartość minimalnego wymaganego rzeczywistego wsp. bezpieczeństwa wynosi $\delta_g = 2,2$.



Rys. 1. Analizowany fragment wału

Wał wykonano ze stali C55 ulepszonej cieplnie. Parametry geometryczne i materiałowe czopa oraz obciążenia podano w Tabeli. Chropowatość w miejscu odsadzenia charakteryzuje parametr $Ra=0,4\mu\text{m}$.

Tabela: dane geometryczne i materiałowe

$D=60\text{ mm}$	$\rho=3\text{ mm}$	$Z_{go}=340\text{ MPa}$	$Z_{gj}=620\text{ MPa}$	$R_{eg}=460\text{ MPa}$	$M_g=\pm 350\text{ Nm}$
$d=50\text{ mm}$	$R_m=700\text{ MPa}$	$Z_{so}=225\text{ MPa}$	$Z_{sj}=405\text{ MPa}$	$R_{es}=320\text{ MPa}$	$M_s=300\pm 150\text{ Nm}$

Rozwiązanie:

1. Obliczenia związane z naprężeniami zginającymi

a) Wyznaczenie nominalnego naprężenia średniego i amplitudy naprężeń

Naprężenia średnie:

$$\sigma_m = \frac{M_{gm}}{J_y} \cdot r_{max} = 0 \quad \text{ponieważ średni moment gnący } M_{gm} = 0$$

Amplituda naprężeń:

$$\sigma_a = \frac{M_{ga}}{J_y} \cdot r_{max} = \frac{350\,000 \cdot 64}{\pi \cdot 50^4} \cdot \frac{50}{2} = 28,5 \text{ MPa} \quad \text{ponieważ amplituda momentu gnącego wynosi}$$

$$M_{ga} = 350\,000 \text{ Nmm}$$

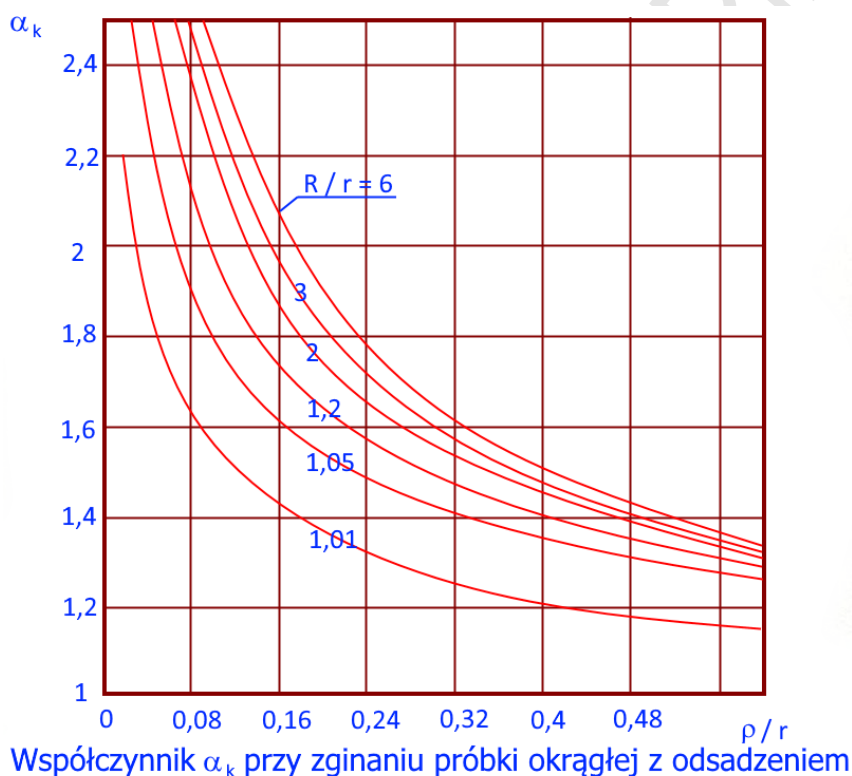
b) Wyznaczenie współczynnika spiętrzenia naprężeń β oraz współczynnika wielkości przekroju ϵ

Określenie wartości wielkości potrzebnych do wyznaczenia współczynników β i ϵ należy **posłużyć się wykresami** dostępnymi w literaturze. Można skorzystać m.in. z książek:

- [1] S. Kocańda, J. Szala: *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*, PWN 1997,
- [2] M. Dietrich (red.): *Podstawy konstrukcji maszyn*, T1, WNT 1995,
- [3] E. Mazanek (red.): *Przykłady obliczeń z podstaw konstrukcji maszyn*, T1, WNT 2012.

- Wyznaczenie **współczynnika kształtu α_k przy zginaniu**

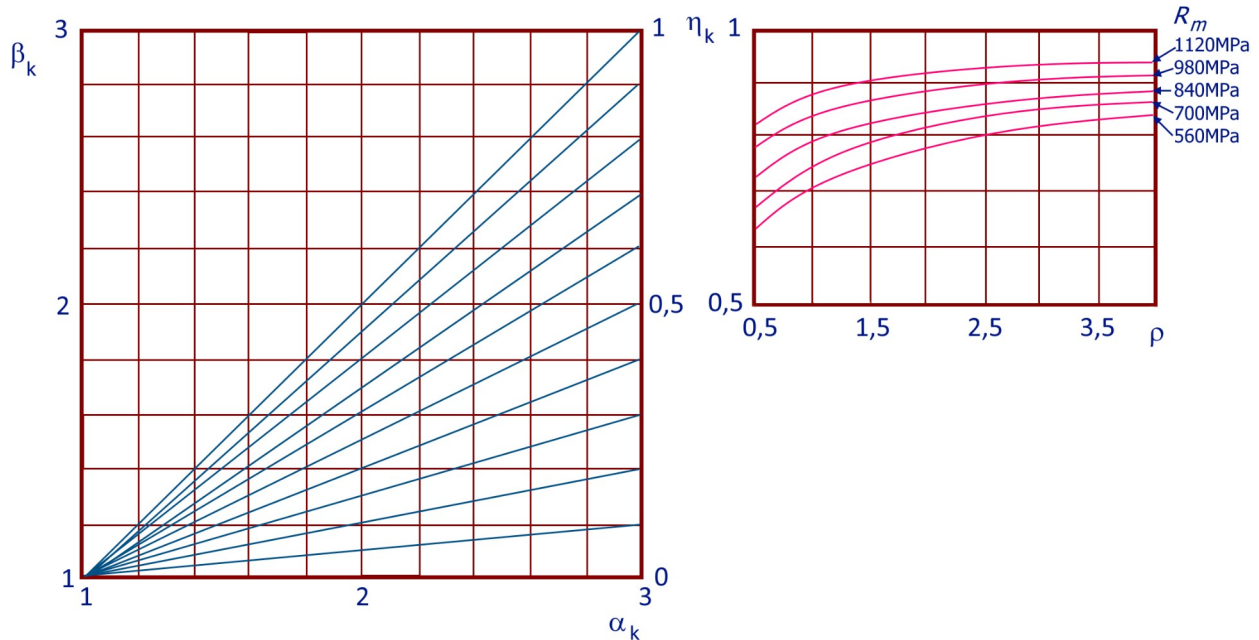
Odczytu α_k dokonuje się na podstawie danych: R/r oraz ρ/r (gdzie $R=0,5D$ i $r=0,5d$). W naszym przypadku $R/r = 1,2$ a $\rho/r = 0,12$. Z wykresu (Rys.2) odczytano $\alpha_{k(g)} \approx 1,9$.



Rys. 2

- Wyznaczenie **współczynnika wrażliwości na działanie karbu η_k**

Współczynnik η_k można wyznaczyć korzystając z wykresu, na podstawie danych: ρ oraz R_m . W analizowanym przypadku $\rho = 3 \text{ mm}$ a $R_m = 700 \text{ MPa}$. Z wykresu (Rys.3) odczytano $\eta_k \approx 0,85$.



Wykresy do wyznaczania współczynnika wrażliwości na działanie karbu oraz współczynnika karbu

Rys. 3

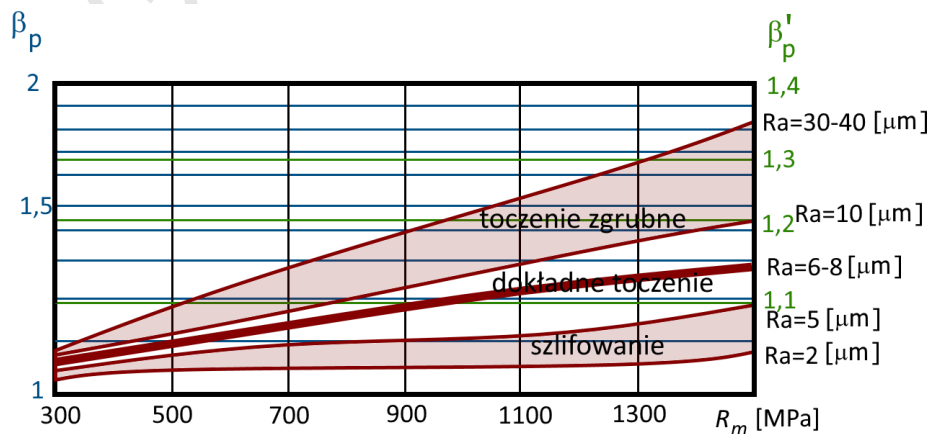
- Wyznaczenie **współczynnika działania karbu β_k**

Znając **współczynnik kształtu α_k** przy zginaniu oraz **współczynnik wrażliwości na działanie karbu η_k** można już obliczyć **współczynnik działania karbu β_k** :

$$\beta_k = 1 + \eta_k(\alpha_k - 1) \approx 1,77 \quad (1)$$

Wartość tego współczynnika można również alternatywnie wyznaczyć z wykresu (Rys.3)

- Wyznaczenie **współczynnika stanu powierzchni β_p przy zginaniu.**



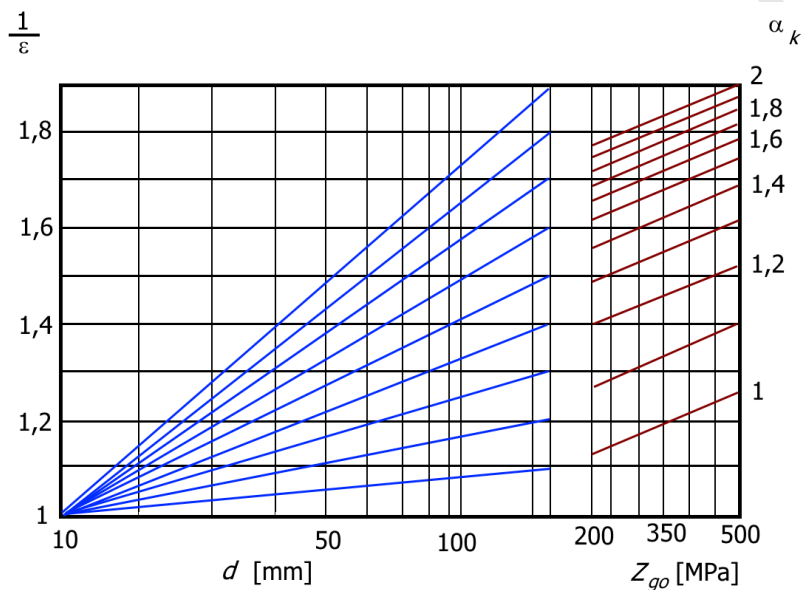
Rys. 4

Odczytu dokonuje się na podstawie sposobu obróbki i odpowiadającej jej wartości R_a oraz wytrzymałości na rozciąganie R_m . W naszym przypadku $R_a=0,4 \mu\text{m}$ oraz $R_m=700 \text{ MPa}$. Z wykresu (Rys.4) odczytano $\beta_p \approx 1,02$

- Na podstawie wyznaczonych powyżej wielkości można już obliczyć **współczynnik spiętrzenia naprężeń β** :

$$\beta = \beta_k + \beta_p - 1 \approx 1,79 \quad (2)$$

- Wyznaczenie **współczynnika wielkości przekroju ϵ**



Rys. 5

Odczytu ϵ dokonuje się na podstawie α_k , Z_{go} oraz d . W naszym przypadku $\alpha_k \approx 1,9$, $Z_{go} = 340 \text{ MPa}$ a $d = 50\text{mm}$. Z wykresu (Rys.5) odczytano $1/\epsilon \approx 1,44$. Stąd $\epsilon \approx 0,69$

- c) Wyznaczenie **rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa przy zginaniu**

Ponieważ zginanie jest wahadłowe zatem zastosujemy zależność (3):

$$\delta_\sigma = \frac{\epsilon Z_{go}}{\beta \sigma_a} = \frac{0,69 \cdot 340}{1,79 \cdot 28,5} \approx 4,6 \quad (3)$$

2. Obliczenia związane z naprężeniami skręcającymi

a) Wyznaczenie nominalnego naprężenia średniego i amplitudy naprężeń

Naprężenia średnie:

$$\tau_m = \frac{M_{sm}}{J_o} \cdot r_{max} = \frac{300\,000 \cdot 32}{\pi \cdot 50^4} \cdot \frac{50}{2} = 12,2 \text{ MPa} \quad (\text{średni moment skręcający } M_{sm} = 300 \text{ Nm})$$

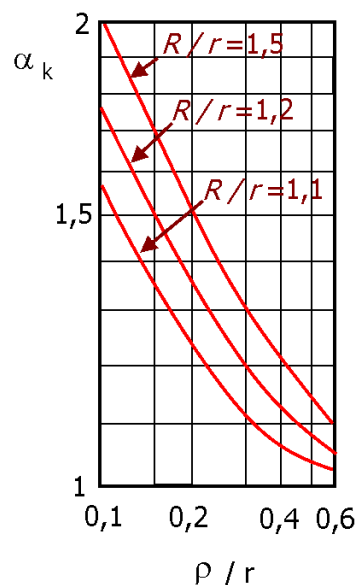
Amplituda naprężeń:

$$\tau_a = \frac{M_{sa}}{J_o} \cdot r_{max} = \frac{150\,000 \cdot 32}{\pi \cdot 50^4} \cdot \frac{50}{2} = 6,1 \text{ MPa} \quad (\text{amplituda momentu skręcającego } M_{sa} = 150\,000 \text{ Nmm}).$$

b) Wyznaczenie współczynnika spiętrzenia naprężeń β oraz współczynnika wielkości przekroju ϵ

- Wyznaczenie **współczynnika kształtu α_k przy skręcaniu**

Rys. 6



Współczynnik α_k przy skręcaniu próbki z odsadzeniem

Odczytu α_k dokonuje się na podstawie danych: R/r oraz ρ/r (gdzie $R=0,5D$ i $r=0,5d$). W naszym przypadku $R/r = 1,2$ a $\rho/r = 0,12$. Z wykresu (Rys.6) odczytano $\alpha_k \approx 1,7$.

- Współczynnik wrażliwości η_k** wyznaczono już przy zginaniu (Rys.3): $\eta_k \approx 0,85$.
- Znając **współczynnik kształtu α_k** przy skręcaniu oraz **współczynnik wrażliwości na działanie karbu η_k** obliczamy **współczynnik działania karbu β_k** :

$$\beta = \beta_k + \beta_p - 1 \approx 1,79 \quad (4)$$

$$\beta_k = 1 + \eta_k (\alpha_k - 1) \approx 1,6 \quad (5)$$

- Wyznaczenie **współczynnika stanu powierzchni β_p'** przy skręcaniu.

Odczytu dokonuje się z tego samego wykresu co przy zginaniu, na osi, na której oznaczono β_p' .
Odczytano: $\beta_p' \approx 1,01$

- Na podstawie wyznaczonych powyżej wielkości można już obliczyć **współczynnik spiętrzenia naprężeń β** :

$$\beta = \beta_k + \beta_p' - 1 \approx 1,61 \quad (6)$$

- Wartość **współczynnika wielkości przekroju ϵ_s** (tj. przy skręcaniu) w porównaniu do wartości tego współczynnika przy zginaniu wykazuje niewielkie różnice dlatego zarówno ϵ jak i ϵ_s można odczytać z tego samego wykresu (Rys.5), zatem $1/\epsilon_s \approx 1,44$ skąd $\epsilon_s \approx 0,69$

d) Wyznaczenie **rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa przy skręcaniu**

Można już zatem obliczyć rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa przy skręcaniu. Ponieważ skręcanie jest niesymetryczne, zatem zastosujemy zależność (7):

$$\delta_\tau = \frac{Z_{so}}{\frac{\beta}{\epsilon} \tau_a + \psi \tau_m} = \frac{225}{\frac{1,61}{0,69} 6,1 + 0,11 \cdot 12,2} \approx 14,5 \quad (7)$$

gdzie: ψ – współczynnik wrażliwości materiału na asymetrię cyklu, który zgodnie z zależnością (8) w analizowanym przypadku naprężeń stycznych wyniesie:

$$\psi = \frac{2Z_{so} - Z_{sj}}{Z_{sj}} = \frac{2 \cdot 225 - 405}{405} = 0,11 \quad (8)$$

Aby sprawdzić czy zniszczenie elementu nie nastąpi w wyniku przekroczenia granicy plastyczności przy skręcaniu wykorzystamy zależność (9):

$$\delta_\tau = \frac{R_{es}}{\frac{\beta}{\epsilon} \tau_a + \tau_m} = \frac{320}{\frac{1,61}{0,69} \cdot 6,1 + 12,2} \approx 12,1 \quad (9)$$

Jak widać rzeczywisty wsp. bezpieczeństwa obliczony wg zal. (9) jest mniejszy niż obliczony wg zależności (7), zatem w dalszych obliczeniach będzie brany pod uwagę rzeczywisty wsp. bezpieczeństwa obliczony wg zal. (9).

3. Obliczenia rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa dla złożonego stanu naprężeń

Zgodnie z zależnością (10):

$$\delta = \frac{\delta_\sigma \cdot \delta_\tau}{\sqrt{\delta_\sigma^2 + \delta_\tau^2}} = \frac{4,6 \cdot 12,1}{\sqrt{4,6^2 + 12,1^2}} \approx 4,3 \quad (10)$$

Jak widać **wartość zastępczego rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa jest większa od wartości wymaganej ($\delta_g = 2,2$).**